

MATHEMATIQUES

TES 2012-2013

Sujets des devoirs

DS1 26/09/2012 page2

DV 09/10/2012 page 5

DS 24/10/2012 page 6

DV 30/11/2012 page 10

DV 14/12/2012 page 12

Bac BLANC 18/01/2013 page 13

DV 05/02/2013 page 17

DS 11/02/2013 page 18

DV 12/03/2012 page 23

DS 27/03/2013 page 24

DV 18/04/2013 page 28

DS 15/05/2013 page 29

DEVOIR DE MATHÉMATIQUES TES bleue et pervenche 26/09/2012 3 H
CALCULATRICE PERSONNELLE AUTORISÉE AUCUN DOCUMENT

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes à condition de l'indiquer clairement sur la copie.

EXERCICE I : (5 points)

NOM :

On donne la courbe C représentation graphique d'une fonction f définie sur $[-6 ; 7]$.

1° Par lecture graphique,

a) Dresser sans justifier le tableau de variation de la fonction f .

Faire apparaître le signe de la dérivée.

b) Énoncer sans justifier le sens de variation de la fonction f .

c) Donner le tableau de signe de la fonction f . Justifier.

d) Résoudre l'équation $f(x) = 3$. Justifier.

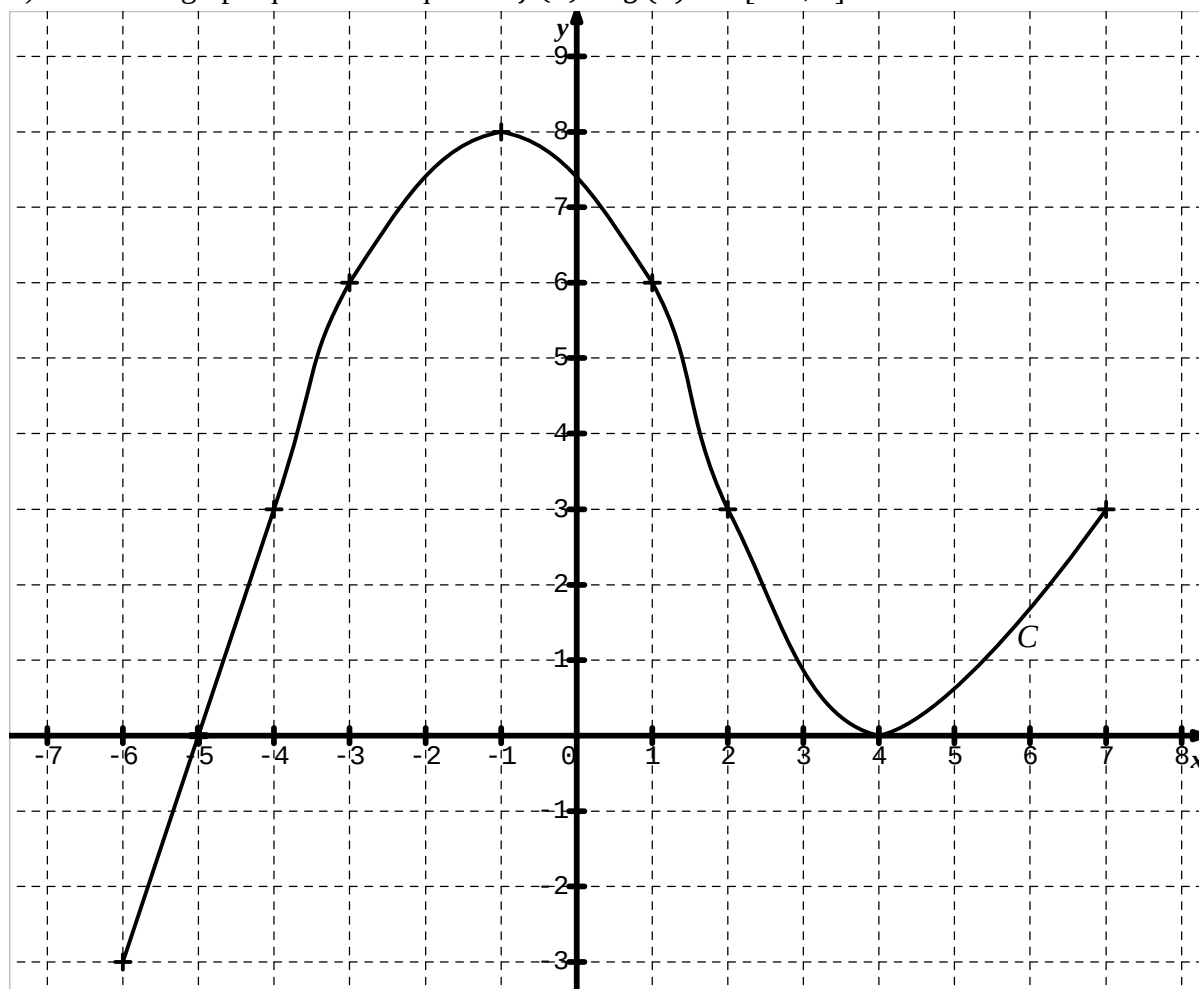
e) Résoudre l'inéquation $f(x) \leq 3$. Justifier.

f) Déterminer l'intervalle image de $[-4 ; -1]$, de $[1 ; 2]$ et de $[-4 ; 4]$. Justifier le premier d'entre eux.

2° On considère la fonction affine g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = \frac{3}{5}x + \frac{27}{5}$

a) Calculer $g(-4)$ puis tracer soigneusement C_g , courbe représentative de la fonction g , dans le même repère.

b) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$ sur $[-6 ; 7]$. Justifier.



EXERCICE II : (3 points)

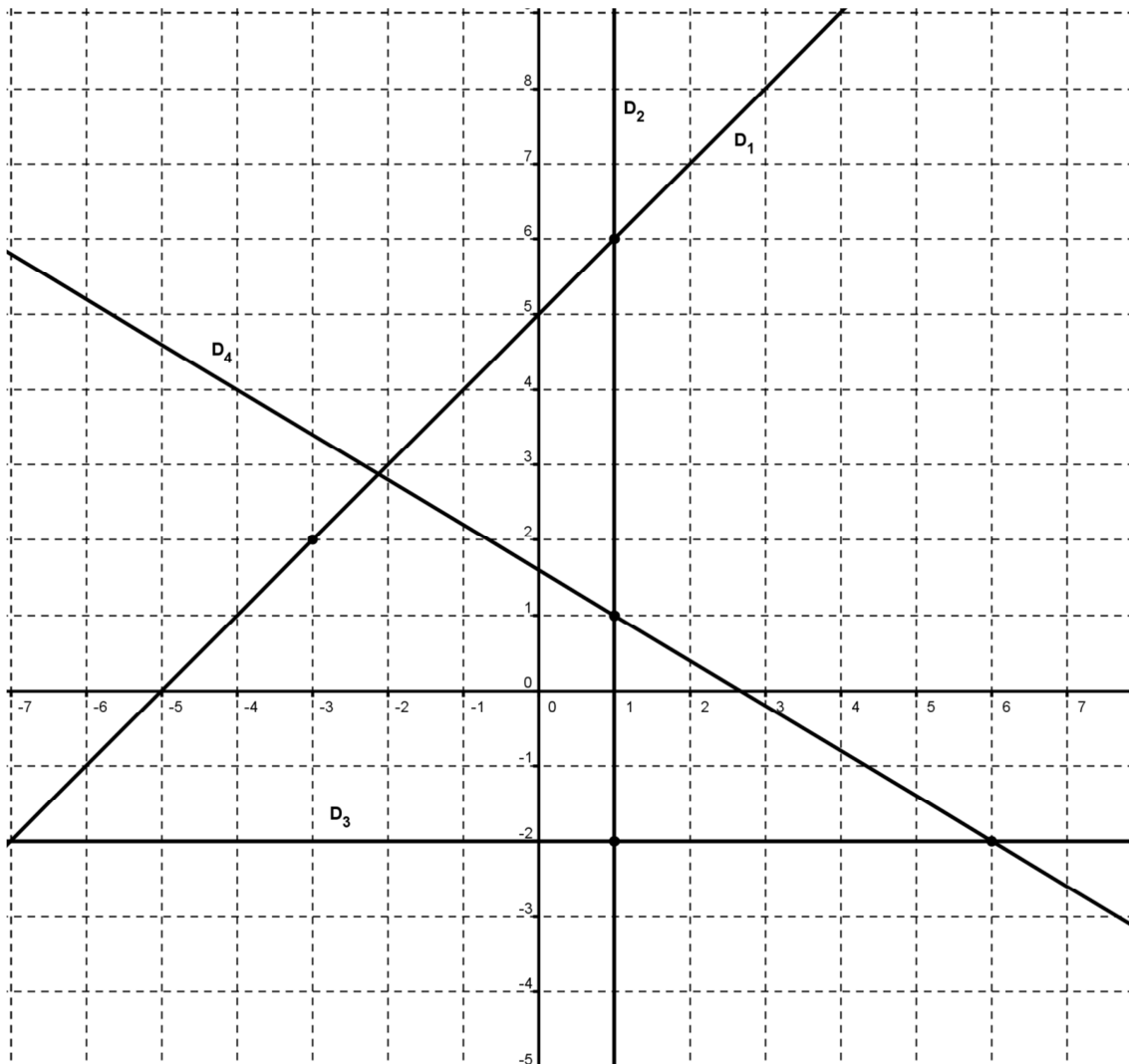
1° Déterminer une équation de chacune des droites D_1, D_2, D_3, D_4 .

Aucune justification n'est demandée pour les « nombres » que l'on peut lire sur le graphique. Détaillez le calcul pour les autres.

2° Tracer dans ce repère les droites :

D_5 d'équation $y = -x$

D_6 passant par $A(3 ; 2)$ de coefficient directeur $\frac{1}{3}$



EXERCICE III : (4 points)

On considère la fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 3$.

1°) Calculer $f'(x)$, étudier son signe.

2°) Dresser le tableau de variation de la fonction f .

3°) a) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ a une solution unique dans l'intervalle $[2 ; 4]$, on la note α .

b) Déterminer un encadrement d'amplitude 0,01 de cette solution α .

c) Dresser le tableau de signe de $f(x)$.

EXERCICE IV : (8 points)

Une unité de production est un sous-traitant pour une grande marque de jouets.

Elle fabrique des poupées et vend toute sa production.

Le coût total de q **milliers de poupées** est donné par : $C(q) = 0,05q^2 + q + 80$ pour $q \in [0 ; 100]$ où $C(q)$ est exprimé en **milliers d'euros**.

1° a) Etudier le sens de variation de la fonction C et dresser son tableau de variation.

b) Résoudre l'équation $C(q) = 480$. En donner une interprétation concrète.

c) Recopier et compléter le tableau ci-dessous :

q	0	10	20		80	90	100
$C(q)$							

d) Représenter la fonction C dans un repère orthogonal.

Unités : 1 cm pour 10 milliers de poupées et 1cm pour 50 milliers d'euros.

2° On désigne par $R(q)$ la recette, en milliers d'euros, obtenue par la vente de q milliers de poupées.

On suppose que chaque poupée est vendue 6 €.

a) Exprimer $R(q)$ en fonction de q .

b) Représenter la fonction R dans le repère précédent.

3° On considère la fonction B définie sur $[0 ; 100]$ par $B(q) = -0,05q^2 + 5q - 80$

a) Justifier que $B(q)$ représente le bénéfice de cette usine pour la production (et vente) de q milliers de poupées.

b) Etudier le sens de variation de la fonction B et dresser son tableau de variation.

c) En déduire le nombre de poupées à produire pour que le bénéfice soit maximal, et donner la valeur de ce bénéfice maximal.

d) Déterminer graphiquement la plage de production qui permet de réaliser un bénéfice (c'est-à-dire $B(q)$ positif ou nul).

DEVOIR DE MATHÉMATIQUES TES BLEUE 09/10/2012 1 HEURE

CALCULATRICE PERSONNELLE AUTORISÉE AUCUN DOCUMENT

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes à condition de l'indiquer clairement sur la copie.

EXERCICE I : (3 points)

Question de cours : Soit f une fonction définie sur un intervalle $[a ; b]$

Parmi les affirmations suivantes, retrouvez celles qui sont vraies **pour toute fonction f convexe sur $[a ; b]$** .

Aucune justification n'est demandée.

P1 : $f'(x) \geq 0$ pour tout x de $[a ; b]$

P2 : $f''(x) \geq 0$ pour tout x de $[a ; b]$

P3 : f' est une fonction croissante sur $[a ; b]$

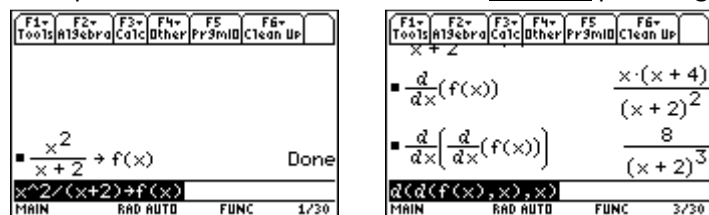
P4 : f'' est une fonction croissante sur $[a ; b]$

P5 : C_f est au-dessus de chacune de ses tangentes sur $[a ; b]$

EXERCICE II : (4 points)

Soit f une fonction définie et deux fois dérivable sur $[0 ; 6]$.

En exploitant au mieux les informations données par le logiciel de calcul formel :



1° La fonction f est-elle convexe ou concave sur $[0 ; 6]$?

2° Dresser le tableau de variation de la fonction f .

EXERCICE III : (5 points)

On considère une fonction f définie sur $[-4 ; 7]$.

Sa dérivée f' admet le tableau de variations suivant :

x	-4	2	5	7
$f'(x)$	0	1	0	-2

1° a) Etudier la convexité de f .

b) La courbe C_f admet-elle des points d'inflexion ?

2° Déterminer le sens de variations de la fonction f

EXERCICE IV : (8 points)

On considère la fonction f définie sur $[-5 ; 5]$ par $f(x) = -2x^3 + 12x^2 - 24x - 7$

1° Calculer $f'(x)$ et $f''(x)$.

2° Etudier la convexité de la fonction f .

3° Etudier les variations de la fonction f .

4° a) Déterminer l'équation de la tangente à C_f au point d'abscisse 2. On la note T.

b) Justifier l'affirmation : C_f est au-dessus ou au contact de T sur $[-5 ; 2]$

et en dessous ou au contact de T sur $[2 ; 5]$.

DEVOIR DE MATHÉMATIQUES TES Bleue et Pervenche 24/10/2012 3 H
CALCULATRICE PERSONNELLE AUTORISÉE AUCUN DOCUMENT

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

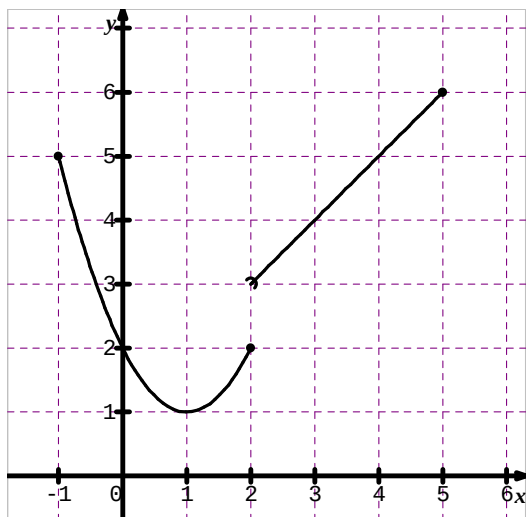
Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes à condition de l'indiquer clairement sur la copie.

Les pages 2 et 4 sont à rendre avec votre devoir.

EXERCICE I : (2,5 points)

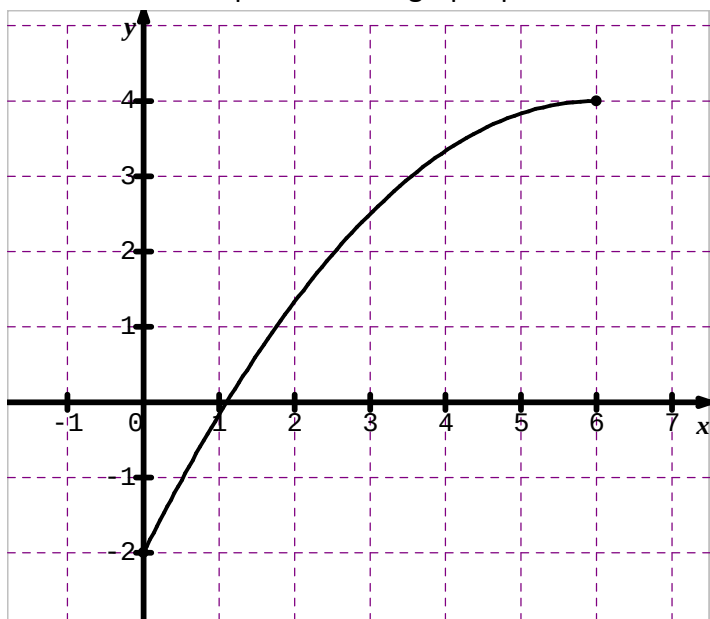
Dans cet exercice, aucune justification n'est demandée.

1° On donne la représentation graphique d'une fonction f définie sur $[-1 ; 5]$:



- Déterminer un intervalle sur lequel la fonction f est continue.
- Déterminer la ou les solutions de l'équation $f(x) = 2$
- Déterminer l'ensemble des réels k tels que l'équation $f(x) = k$ admette exactement 1 solution.
- Déterminer l'ensemble des réels k tels que l'équation $f(x) = k$ admette exactement 2 solutions.

2° On donne la représentation graphique d'une fonction g définie sur $[0 ; 6]$.



- Donner le sens de variation de la fonction g
- Déterminer le sens de variation de sa fonction dérivée g' .

EXERCICE II : (5 points)

On donne la représentation d'une fonction f définie sur $[-4 ; 5]$, on la note C_f .

On précise que :

- La courbe C_f coupe l'axe des abscisses en un point $A(\alpha ; 0)$ avec $\alpha \approx -3,3$
- La courbe C_f coupe l'axe des ordonnées en un point $E(0 ; 4,25)$
- $K(1 ; 3)$ est un point d'inflexion de C_f et la tangente T à C_f en K a pour coefficient directeur $\frac{-4}{3}$.
- La droite D est la tangente à C_f en B d'abscisse -2
- La courbe C_f admet des tangentes horizontales aux points d'abscisse -1 et 3 .

1° Tracer T , la tangente à C_f en K .

2° Dresser le tableau de signe de $f(x)$ sur $[-4 ; 5]$

3° Dresser le tableau de signe de $f'(x)$ sur $[-4 ; 5]$

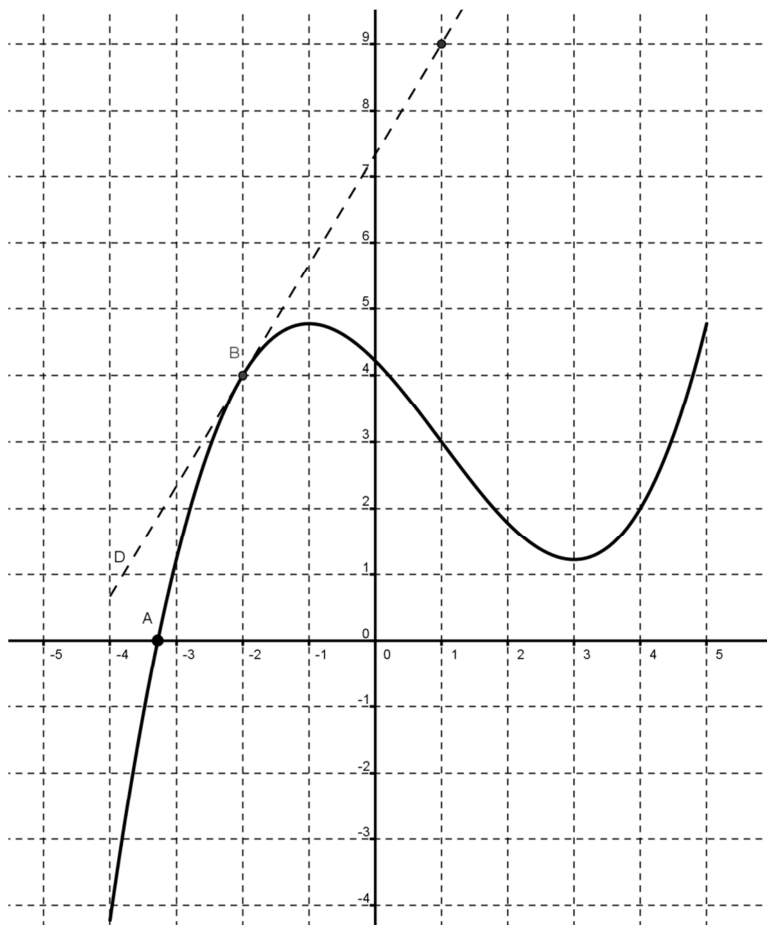
4° Dresser le tableau de signe de $f''(x)$ sur $[-4 ; 5]$

5° Enoncer le sens de variation de la fonction f' .

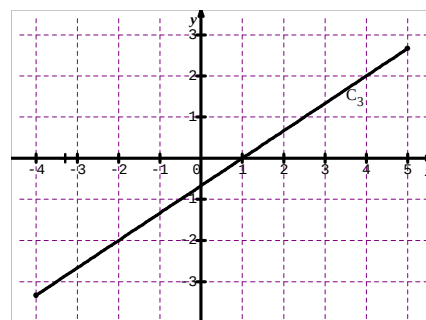
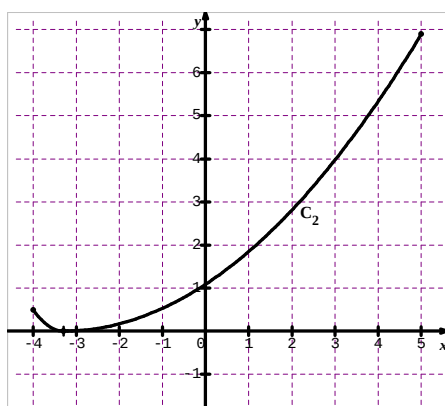
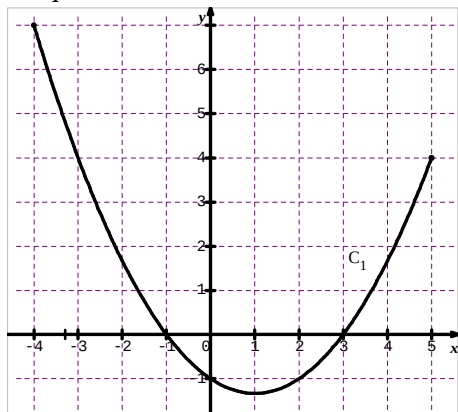
6° Déterminer $f'(-2)$

7° L'affirmation $f'(0) = 4,25$ est-elle vraie ? Justifier.

8° Résoudre dans $[-4 ; 5]$, l'inéquation $f'(x) \geq 0$



9° L'une des courbes ci-dessous représente la fonction f' , une autre représente la fonction f'' . Retrouver lesquelles. Justifier.



EXERCICE III : (6,5 points)

Partie A :

On considère la fonction f définie sur $[0 ; 9]$ par $f(x) = x^3 - 12x^2 + 48x$.

1° a) Calculer $f'(x)$, puis étudier son signe.

b) Enoncer le sens de variation de la fonction f

c) Dresser le tableau de variation de la fonction f .

2° a) Montrer que l'équation $f(x) = 100$ admet une unique solution que l'on notera α .

b) Déterminer une valeur approchée de α à 0,01 près

3° a) Calculer $f''(x)$

b) Etudier la convexité de la fonction f

4° Tracer la représentation graphique C_f de la fonction f : unité 1cm pour 1 sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 10 sur l'axe des ordonnées.

Tracer la tangente à C_f au point d'abscisse 4.

Partie B :

$f(x)$ représente le coût de fabrication de x centaines de kg d'un produit cosmétique en milliers d'euros.

L'entreprise ne peut pas fabriquer plus de 900 kg de produit.

On pourra réinvestir les résultats obtenus dans la partie A pour répondre aux questions suivantes.

1° Quelle quantité fabrique-t-on pour un coût de 100 000 euros ? On donnera la réponse à 1 kg près.

2° Sachant que $f'(x)$ représente le coût marginal de fabrication du produit, déterminer la quantité à produire pour avoir un coût marginal minimal.

3° Avec l'augmentation de la production, la croissance du coût est-elle ralentie ou accélérée pour une production inférieure à 400 kg ?

EXERCICE IV : (6 points)

Un généalogiste veut acheter un logiciel spécialisé accompagné d'un contrat d'assistance. On lui propose de choisir entre deux contrats.

1^{er} contrat :

En 2012, le coût est de 189 €, puis chaque année le coût baisse de 8 € par rapport à l'année précédente.

On note u_n le coût en euros en 2012 + n . Ainsi $u_0 = 189$

1° Calculer u_1 et u_2

2° a) Déterminer la nature de la suite (u_n)

b) Exprimer u_n en fonction de n

3° A partir de quelle année le montant de l'assistance sera-t-il inférieur à 150 € ?

4° Calculer à 0,1% près les pourcentages de baisse entre 2012 et 2013 puis entre 2018 et 2019.

Les comparer et expliquer.

2^{ème} contrat :

En 2012, le coût est de 189 €, puis chaque année le coût baisse de 4% par rapport à l'année précédente.

On note v_n le coût en euros en 2012 + n

1° Calculer v_1 et v_2

2° a) Déterminer la nature de la suite (v_n)

b) Exprimer v_n en fonction de n

c) Calculer le coût en 2018.

3° Faire fonctionner l'algorithme en complétant le tableau

Initialisation	$n = 0$ $v = 189$
Traitement	Tant que $v > 150$ Affecter à n la valeur $n + 1$ Affecter à v la valeur $0,96 \times v$
Affichage	Afficher n, v

	initialisation				
n					...
v					...

Donner les valeurs affichées en sortie.

Interpréter ces valeurs pour le généalogiste.

4° Calculer la somme totale, à 1€ près, que le généalogiste aura dépensée s'il choisit le 2^{ème} contrat et l'arrête à la fin de l'année 2018.

EXERCICE I : (13,5 points)

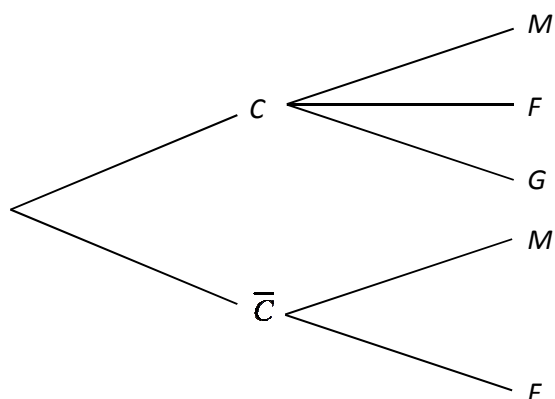
d'après Centres étrangers Juin 2011

Un producteur de fruits rouges propose en vente directe des framboises, des groseilles et des myrtilles. Le client peut acheter, soit des barquettes de fruits à déguster, soit des barquettes de fruits à confiture. Le producteur a remarqué que, parmi ses clients, 9 sur 10 achètent une barquette de fruits à confiture. Lorsqu'un client achète une barquette de fruits à confiture, la probabilité qu'il demande une barquette de myrtilles est de 0,3 et la probabilité qu'il demande une barquette de groseilles est de 0,5. Lorsqu'un client achète une barquette de fruits à déguster, il ne demande jamais des groseilles et demande des framboises dans 60 % des cas.

Un client achète une barquette. On notera :

- C l'évènement « le client achète une barquette de fruits à confiture »,
- F l'évènement « le client demande des framboises »,
- G l'évènement « le client demande des groseilles »,
- M l'évènement « le client demande des myrtilles ».

1. **Recopier** et compléter l'arbre pondéré.



2. Calculer la probabilité que le client demande des framboises sachant qu'il achète une barquette de fruits à confiture.

3. a. Quelle est la probabilité que le client achète une barquette de framboises à déguster.

3. b. Montrer que la probabilité que le client achète une barquette de framboises est égale à 0,24.

4. Le client achète une barquette de framboises. Quelle est la probabilité que ce soit une barquette de fruits à confiture ?

5. on rappelle que deux événements A et B sont indépendants si et seulement si $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$. Les événements C et F sont-ils indépendants ?

6. Le producteur vend 5 euros la barquette de fruits à confiture, quel que soit le fruit, 2 euros la barquette de framboises à déguster et 3 euros la barquette de myrtilles à déguster ;

6. a. On note x_i les valeurs possibles, en euros, du gain du producteur par barquette vendue et p_i leur probabilité.

Recopier et compléter le tableau suivant donnant la loi du gain du producteur par barquette vendue. On justifiera les réponses.

Valeur x_i	5	2	3
Probabilité associée : p_i			

6. b. Calculer l'espérance de cette loi de probabilité.

6. c. Déterminer le gain en euros que le producteur peut espérer pour 150 barquettes vendues ?

EXERCICE II : (6,5 points)*d'après La réunion Juin 2011*

En vue de sa prochaine brochure d'information sur les dangers d'internet un lycée a fait remplir un questionnaire à chacun des 2 000 élèves, répartis dans les sections de seconde, première et terminale.

On obtient la répartition suivante :

- un quart des élèves est en terminale ;
- 35 % des élèves sont en première ;
- tous les autres sont en seconde ;
- parmi les élèves de terminale, 70 % utilisent régulièrement internet ;
- 630 élèves sont des élèves de première qui utilisent régulièrement internet.
- 1 740 élèves utilisent régulièrement internet.

Cette enquête permet de modéliser le choix d'un élève du lycée.

On choisit au hasard un questionnaire d'élève en supposant que ce choix se fait en situation d'équiprobabilité. On note :

- S l'évènement « le questionnaire est celui d'un élève en classe de seconde »
- E l'évènement « le questionnaire est celui d'un élève en classe de première »
- T l'évènement « le questionnaire est celui d'un élève en classe de terminale »
- I l'évènement « le questionnaire est celui d'un élève qui utilise régulièrement internet »

1. Compléter le tableau d'effectifs donné ci-dessous.

	Seconde	Première	Terminale	Total
Utilise internet régulièrement				
N'utilise pas internet régulièrement				
Total				

2. Déterminer la probabilité d'obtenir le questionnaire d'un élève de seconde qui utilise régulièrement internet.

3. Calculer la probabilité de I sachant T , notée $p_T(I)$, et interpréter ce résultat à l'aide d'une phrase.

4. Calculer la probabilité que le questionnaire choisi soit celui d'un élève qui n'utilise pas internet.

D'après *Amérique du Nord Juin 2006*

Tous les résultats de cet exercice seront arrondis à 10^{-2} près.

Un site touristique dont le billet d'entrée coûte 4 € propose deux possibilités de visite, une visite à pied sans frais supplémentaire ou une visite en car avec frais supplémentaires de 3 € par personne.

Une buvette est installée sur le site.

On y vend un seul type de boisson au prix de 2 € l'unité.

On suppose qu'à la buvette un touriste achète au plus une boisson.

Un touriste visite le site. On a établi que :

- la probabilité pour qu'il visite à pied est 0,3 ;
- la probabilité qu'il visite à pied et achète une boisson est 0,18 ;
- la probabilité qu'il achète une boisson sachant qu'il visite en car est 0,8.

On note :

- C l'événement « le touriste visite en car » ;
- B l'événement « le touriste achète une boisson ».

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.

2. Le touriste visite à pied. Quelle est la probabilité qu'il achète une boisson ?

3. a. Montrer que $p(B) = 0,74$.

3. b. En déduire la recette moyenne prévisible de la buvette lors d'une journée où 1000 touristes sont attendus sur le site.

4. On appelle D la dépense (entrée, transport éventuel, boisson éventuelle) associée à la visite du touriste.

4. a. Recopier et compléter le tableau suivant. *Aucune justification n'est demandée.*

Valeurs de D	9	7	6	4
Probabilité			0,18	

4. b. Calculer l'espérance mathématique de cette loi. Quelle interprétation peut-on en donner ?

5. On interroge au hasard 8 touristes pour savoir s'ils ont visité en car ou à pied ; on suppose que leurs réponses sont indépendantes.

On désigne par X la variable aléatoire donnant le nombre de touristes ayant visité le site en car.

5. a. Reconnaître la variable aléatoire X .

5. b. Déterminer la probabilité qu'exactly 7 touristes aient visité le site en car.

5. c. Déterminer la probabilité qu'au moins un touriste ait visité le site à pied.

5. d. Calculer l'espérance de X et interpréter la valeur obtenue.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer clairement sur la copie.

Le sujet est composé de **4 exercices** et comporte 4 pages. **Aucune page n'est à rendre**
Chacun traite les 4 exercices qui le concernent selon sa spécialité.

Exercice I – III – IV communs à tous les candidats

Exercice II : TES spécialité maths ou TES non spécialité maths

EXERCICE I : (5,5points)

L'entreprise E produit un modèle de lave-vaisselle. La production de ce lave-vaisselle est répartie sur trois sites industriels A, B, C, qui sont d'importances inégales.

- Le site A assure 60% de la production.
- Le site B assure 30% de la production.
- Le site C assure le reste de la production.

Après plusieurs années de commercialisation, on note que 37% des lave-vaisselles en provenance du site A connaissent une panne avant 5 ans d'utilisation; 25% des lave-vaisselles provenant du site B connaissent une panne avant 5 ans d'utilisation, et 12% de ceux provenant du site C connaissent une panne avant 5 ans d'utilisation.

On choisit au hasard un lave-vaisselle produit par l'entreprise E.

Dans la suite on désigne par A, (respectivement par B, C) l'évènement « le lave-vaisselle choisi est issu du site de production A (respectivement B, C) ».

On désigne par S, l'évènement « le lave-vaisselle tombe en panne avant 5 ans ».

Dans cet exercice les résultats seront arrondis, si nécessaire, au millième.

1. Construire un arbre pondéré illustrant la situation.
2. Quelle est la probabilité que le lave-vaisselle provienne du site A et connaisse une panne avant 5 ans ?
3. Démontrer que la probabilité de l'évènement S est 0,309.
4. Le lave-vaisselle est tombé en panne avant 5 ans d'utilisation; quelle est la probabilité qu'il provienne du site B ?

5. *Dans cette partie, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

L'entreprise E assure le service après-vente : si le lave-vaisselle tombe en panne avant 5 ans d'utilisation, elle finance la réparation, dont le prix est estimé à 110 euros par appareil réparé.

Déterminer, pour l'entreprise, le coût moyen par lave-vaisselle de ces réparations.

6. On prélève au hasard 6 dossiers de clients ayant acheté un et un seul lave-vaisselle provenant des sites industriels A, B, C. On admet que le nombre de clients de l'entreprise est suffisamment important pour que les choix de dossiers soient indépendants.

On désigne par X la variable aléatoire donnant le nombre de dossiers de lave-vaisselle tombé en panne avant 5ans.

6. a. Reconnaître la variable aléatoire X.

6. b. Déterminer la probabilité d'obtenir exactement quatre dossiers de lave-vaisselle ayant eu une panne avant 5ans.

6. c. Déterminer la probabilité d'obtenir au moins un dossier de lave-vaisselle ayant eu une panne avant 5ans.

EXERCICE II : (5 points) SPECIALITE

Une pâtisserie fabrique quatre types de gâteaux nécessitant les ingrédients suivants :

	<i>farine (f)</i>	<i>beurre (b)</i>	<i>œufs (e)</i>	<i>sucré (s)</i>
Danois (D)	500 g	200 g	2	40 g
Feuilleté (F)	500 g	375 g	5	0 g
Sablé (S)	250 g	150 g	3	125 g
Brioche (B)	400 g	200 g	4	25 g

On désigne par D, F, S, B les quantités de gâteaux fabriquées et par f, b, e, s les quantités d'ingrédients nécessaires à ce programme de confection.

Dans les questions 1.a) et 1.b) au moins les quantités de farine, beurre et sucre sont exprimées en grammes et les œufs à l'unité.

On note :

$$A = \begin{pmatrix} 500 & 500 & 250 & 400 \\ 200 & 375 & 150 & 200 \\ 2 & 5 & 3 & 4 \\ 40 & 0 & 125 & 25 \end{pmatrix} \quad T = \begin{pmatrix} f \\ b \\ e \\ s \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad U = \begin{pmatrix} D \\ F \\ S \\ B \end{pmatrix}$$

1.a) L'une des deux égalités matricielles suivantes est vraie : $A \times T = U$ et $A \times U = T$.

Laquelle ? Justifier le raisonnement.

1.b) A l'aide de la question précédente et d'un produit matriciel que vous préciserez, déterminer quelle quantité de chaque ingrédient est nécessaire pour confectionner cinq Danois, deux Feuilletés, trois Sablés et six Brioches.

1.c) Le kg de farine coûte 1,2 €, le kg de beurre 5 €, la douzaine d'œufs coûte 6 € et le kg de sucre 1 €. A l'aide d'une matrice ligne des prix et d'un calcul matriciel que vous définirez, déterminer à combien revient la confection des cinq Danois, deux Feuilletés, trois Sablés et six Brioches. (Attention aux unités que vous choisirez).

2.a) On se propose de déterminer quelle quantité de chaque gâteau l'entreprise peut fabriquer avec 400 kg de farine, 225 kg de beurre, 300 douzaines d'œufs et 64,250 kg de sucre.

Montrer que le quadruplet cherché est solution du système :

$$\begin{cases} 500D + 500F + 250S + 400B = 400000 \\ 200D + 375F + 150S + 200B = 225000 \\ 2D + 5F + 3S + 4B = 3600 \\ 40D + 125S + 25B = 64250 \end{cases}$$

2.b) A l'aide d'une calculatrice, déterminer la solution du système précédent puis conclure.

EXERCICE II : (5 points)**NON SPECIALITE**

Les parties A et B sont indépendantes.

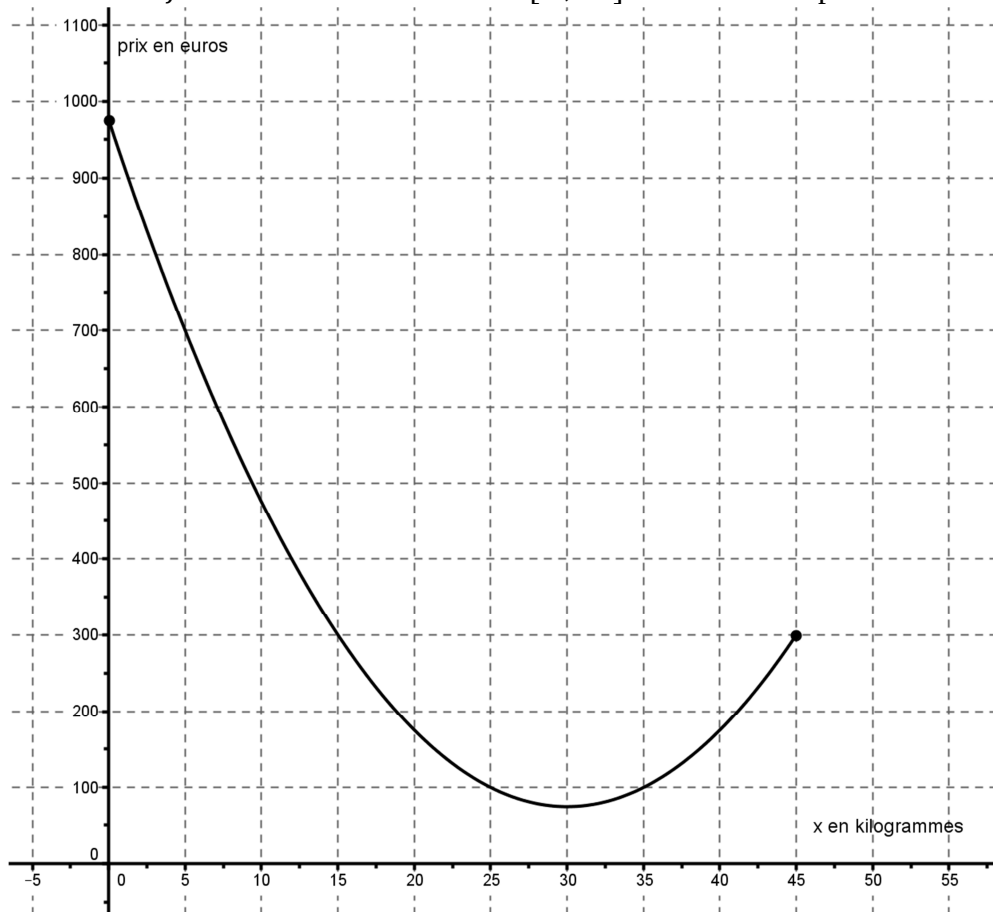
Dans le Périgord, un producteur de truffes noires cultive, ramasse et conditionne de 0 à 45 kilogrammes de ce produit par semaine durant la période de production de la truffe.

Chaque kilogramme de truffes conditionné est vendu 450€.

Partie A :

On désigne par x le nombre de kilogrammes de truffes traités chaque semaine et par $f(x)$ le coût unitaire de revient en euros.

La fonction f est définie sur l'intervalle $[0 ; 45]$ et sa courbe représentative C_f est la suivante :



1° Aucune justification n'est demandée dans cette question 1.

Estimer graphiquement :

- Le coût unitaire de revient lorsque l'entreprise conditionne 10 kg de truffes.
- Le nombre de kilogrammes traités si le coût unitaire de revient est de 300€.
- Le nombre de kilogrammes à conditionner pour que le coût unitaire de revient soit minimal. Quel est alors ce coût ?

2° A l'aide du graphique, déterminer pour quelles productions de truffes l'exploitation est bénéficiaire ?

Partie B :

On admet dans la suite du problème que la fonction f est définie sur $[0 ; 45]$ par

$$f(x) = x^2 - 60x + 975$$

1° Justifier que le coût total de production $C(x)$ pour x kilogrammes de truffes est :

$$C(x) = x^3 - 60x^2 + 975x$$

2° Exprimer le bénéfice $B(x)$ réalisé par le producteur pour x kg de truffes conditionnés et vendus.

3° Déterminer la fonction dérivée B' et montrer que :

$$B'(x) = (-3x + 15)(x - 35)$$

4° Etudier le signe de $B'(x)$

5° Dresser le tableau de variation de la fonction B .

6° Pour quelle quantité de truffes le bénéfice total du producteur est-il maximal ? Quel est alors ce bénéfice maximal ?

EXERCICE III : (4,5 points)

On considère la fonction f définie et dérivable sur $[-4 ; 2]$ par $f(x) = xe^x - 1$

1° Montrer que $f'(x) = (x + 1)e^x$

2° a) Etudier le signe de $f'(x)$

b) Enoncer le sens de variation de la fonction f

3° Dresser le tableau de variations de la fonction f

4° a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution dans $[0 ; 2]$, on la note α .

b) Donner un encadrement de α à 0,01 près.

5° Ci-dessous, des informations sont données par le logiciel XCas.

En utilisant ces informations, étudier la convexité de la fonction f sur $[-4 ; 2]$.

1	<code>f(x):=x*exp(x)-1</code>	
		<code>x -> x*exp(x)-1</code>
2	<code>factoriser(deriver(f(x)))</code>	
		<code>(x+1)*exp(x)</code>
3	<code>factoriser(deriver((x+1)*exp(x)))</code>	
		<code>(x+2)*exp(x)</code>

EXERCICE IV : (5 points)

Une entreprise fabrique des flacons de gel hydro-alcoolique. Jusqu'en décembre 2008, la production était de 5000 flacons par semaine.

A partir de la 1^{ère} semaine de 2009, pour faire face à une crise sanitaire, l'Etat demande à cette entreprise d'augmenter sa production de 8% par semaine.

On définit la suite (u_n) par :

- $u_0 = 5000$
- pour n variant de 1 à 52, on désigne par u_n le nombre de flacons produits durant la n -ième semaine de l'année 2009.

1° Montrer que $u_2 = 5832$.

2° a) Déterminer la nature de la suite (u_n)

c) Exprimer u_n en fonction de n

d) Déterminer le sens de variation de la suite (u_n) .

3° a) A l'aide de la calculatrice, déterminer à partir de quelle semaine la production hebdomadaire dépassera 10000 flacons ?

b) Parmi les trois algorithmes proposés, retrouver celui qui permettrait de retrouver le résultat de la question 3a. *Aucune justification n'est demandée.*

Algorithme 1	Algorithme 2	Algorithme 3
Affecter à n la valeur 0 Affecter à u la valeur 5000	Affecter à n la valeur 0 Affecter à u la valeur 5000	Affecter à n la valeur 0 Affecter à u la valeur 5000
Tant que $u < 10000$ Affecter à u la valeur $u \times 0,08$ Affecter à n la valeur $n + 1$ Fin Tantque	Tant que $u > 10000$ Affecter à u la valeur $u \times 1,08$ Affecter à n la valeur $n + 1$ Fin Tantque	Tant que $u \leq 10000$ Affecter à u la valeur $u \times 1,08$ Affecter à n la valeur $n + 1$ Fin Tantque
Afficher n	Afficher n	Afficher n

4° La crise sanitaire terminée, l'état stoppe sa demande après 10 semaines. Calculer le nombre de flacons produits durant ces 10 premières semaines de l'année 2009. On donnera une valeur approchée à 10 près.

EXERCICE I : (5 points)

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 12$ et $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 3$

NOM :

Calculer u_1 et u_2

Montrer que la suite (u_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique.

Dans le repère ci-dessous, tracer la droite Δ d'équation $y = \frac{1}{4}x + 3$ et la droite d d'équation $y = x$; puis construire les quatre premiers termes de la suite (u_n) sur l'axe des abscisses.



EXERCICE II : (15 points)

Une entreprise du secteur « Bâtiments et travaux publics » doit réduire la quantité de déchets qu'elle rejette pour respecter une nouvelle norme environnementale. Elle s'engage, à terme, à rejeter moins de 25 000 tonnes par an. En 2010, l'entreprise rejetait 40 000 tonnes de déchets.

Depuis cette date, l'entreprise réduit chaque année la quantité de déchets qu'elle rejette de 5% par rapport à l'année précédente, mais elle produit par ailleurs 200 tonnes de nouveaux déchets par an en raison du développement d'une nouvelle activité.

Pour tout entier naturel n , on note d_n la quantité en tonnes de déchets pour l'année 2010 + n

On a donc $d_0 = 40\,000$

1° Calculer d_1 et d_2

2° Exprimer d_{n+1} en fonction de d_n

3° On considère la suite (v_n) définie par $v_n = d_n - 4000$

- Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
- Pour tout entier n , exprimer v_n en fonction de n
- En déduire que pour tout entier naturel, on a : $d_n = 4000 + 36000 \times 0,95^n$
- Déterminer, à 10 tonnes près, la quantité de déchets rejetés en 2015.

4° a) Calculer $d_{n+1} - d_n$ en fonction de n

b) En déduire que la quantité de rejets diminue d'une année sur l'autre.

5° En admettant que le contexte reste le même, déterminer à partir de quelle année l'entreprise réussira à respecter son engagement.

6° Déterminer la limite de la suite (d_n) .

DEVOIR DE MATHEMATIQUES TES Bleue et Pervenche 13/02/2013 3 H
CALCULATRICE PERSONNELLE AUTORISEE AUCUN DOCUMENT

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes à condition de l'indiquer clairement sur la copie.

Chacun traite les 4 exercices qui le concernent selon sa spécialité.

Exercice I – III – IV communs à tous les candidats. La page 5 est à rendre avec votre devoir.

Exercice II : TES spécialité maths ou TES non spécialité maths

L'exercice de spécialité sera traité sur une copie séparée.

EXERCICE I : (5 points)

Le 1^{er} janvier 2005, une grande entreprise compte 1 500 employés.

Une étude montre que lors de chaque année à venir, 10% de l'effectif du 1^{er} janvier partira à la retraite au cours de l'année.

Pour ajuster ses effectifs à ses besoins, l'entreprise embauche 100 jeunes dans l'année.

Pour tout entier naturel n , on appelle u_n le nombre d'employés de l'entreprise le 1^{er} janvier de l'année (2005+n).

	A	B
1		
2		
3	n	u_n
4	0	1500
5	1	1450
6	2	1405
7	3	1365
8	4	1328
9	5	1295
10	6	1266

1.a. Expliquer ensuite pourquoi on a, pour tout entier naturel n ,
$$u_{n+1} = 0,9u_n + 100$$

1.b. Pour connaître l'évolution du nombre d'employés, on utilise un tableur. Voici un extrait de la feuille de calcul.

Donner la formule de calcul qui a été écrite dans la case B5 pour automatiser le calcul.

Quelle conjecture peut-on faire sur le sens de variation de la suite (u_n) ?

2. Pour tout entier naturel n , on pose : $v_n = u_n - 1000$.

2.a. Démontrer que la suite v de terme général v_n est géométrique. Préciser sa raison.

2.b. Exprimer v_n en fonction de n

En déduire que pour tout entier naturel n , $u_n = 500 \times 0,9^n + 1000$.

2.c. Déterminer la limite de la suite u . Interpréter pour l'entreprise.

3. Démontrer que pour tout entier naturel n , $u_{n+1} - u_n = -50 \times 0,9^n$

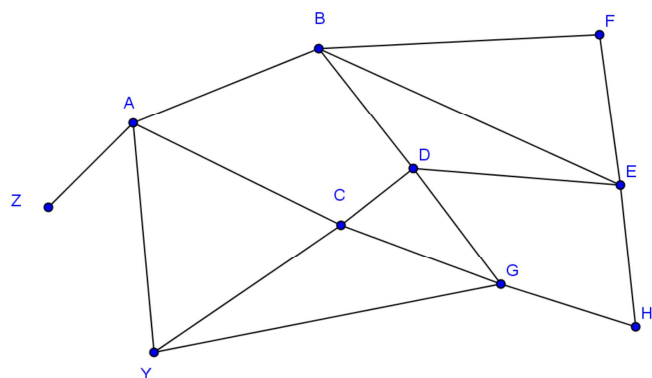
En déduire le sens de variation de la suite u .

4. Au 1^{er} janvier 2005, l'entreprise compte un sureffectif de 300 employés. À partir de quelle année, le contexte restant le même, l'entreprise ne sera-t-elle plus en sureffectif ?

EXERCICE II : (5 points) *SPECIALITE*

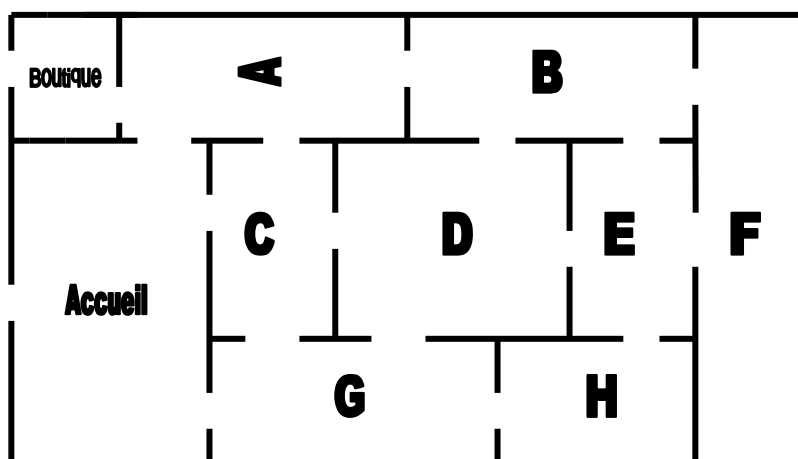
Partie A

On considère le graphe suivant.



- 1) a) Ce graphe est-il connexe ?
- 1) b) Déterminer le degré de chacun des sommets. On pourra donner le résultat sous forme de tableau.
- 1) c) Justifier l'existence d'une chaîne eulérienne.
- 2) a) Déterminer un encadrement du nombre chromatique de ce graphe.
- 2) b) Montrer que ce nombre chromatique est égal à 3.

Partie B



Voici la situation d'un musée : les espaces matérialisent les portes et les visiteurs partent de l'accueil, visitent le musée et doivent terminer leur visite à la boutique.

- 1) Représenter la situation à l'aide d'un graphe en précisant ce que représentent un sommet et une arête.
- 2) Pourquoi est-il possible de trouver un trajet où les visiteurs passent une fois et une seule par toutes les portes ?
- 3) Comment colorier les salles, y compris l'accueil et la boutique, en utilisant un minimum de couleurs, pour que deux salles qui communiquent par une porte aient des couleurs différentes.

EXERCICE II : (5points) NON SPECIALITE

Une enquête a été réalisée auprès de français s'étant rendus à Londres pour des raisons touristiques.

Cette enquête révèle que, pour se rendre dans la capitale anglaise,

30% de ces touristes ont utilisé l'avion,

50% ont utilisé le train passant par le tunnel sous la Manche

et les autres touristes ont traversé la Manche par bateau.

Sur l'ensemble de tous les touristes interrogés, 40% sont restés en Angleterre plus d'une semaine.

Parmi les touristes interrogés ayant utilisé l'avion, 20% sont restés en Angleterre plus d'une semaine.

Parmi ceux qui ont choisi le train, 60% sont restés en Angleterre plus d'une semaine.

On interroge au hasard un touriste ayant répondu à l'enquête. On suppose que chaque touriste avait la même probabilité d'être choisi.

On note :

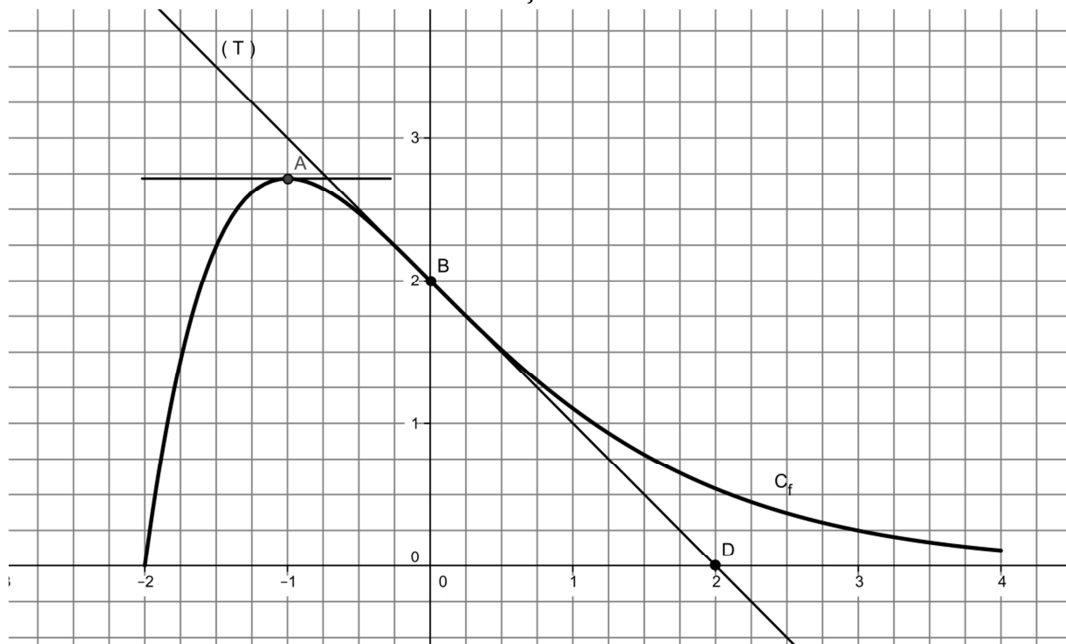
- A l'évènement « Le touriste interrogé a voyagé en avion ».
- T l'évènement « Le touriste interrogé a voyagé en train ».
- B l'évènement « Le touriste interrogé a voyagé en bateau ».
- S l'évènement « Le touriste interrogé est resté en Angleterre plus d'une semaine ».

1. Déterminer la probabilité que le touriste interrogé ait voyagé en bateau pour se rendre en Angleterre.
2. a. Exprimer à l'aide d'une phrase l'évènement $A \cap S$
2. b. Déterminer les probabilités $p(A \cap S)$ et $p(T \cap S)$.
3. Montrer que $p(B \cap S) = 0,04$
4. Déterminer la probabilité que le touriste interrogé ait voyagé en bateau sachant qu'il est resté plus d'une semaine en Angleterre.
5. On interroge au hasard 10 touristes ayant répondu à l'enquête de façon indépendante.
On suppose que le nombre de personnes ayant répondu à l'enquête est suffisamment grand pour assimiler l'interrogation au hasard à un tirage avec remise.
On désigne par X la variable aléatoire qui comptabilise le nombre de touristes étant restés en Angleterre plus d'une semaine.
5. a. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètres 10 et 0,4.
5. b. Déterminer la probabilité que parmi ces dix touristes se trouve exactement un touriste resté en Angleterre plus d'une semaine.
5. c. Déterminer la probabilité que parmi ces dix touristes se trouve au moins un touriste resté en Angleterre plus d'une semaine.
5. d. Calculer l'espérance de X . Interpréter la valeur obtenue.

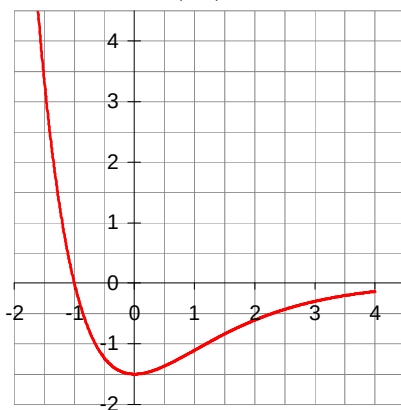
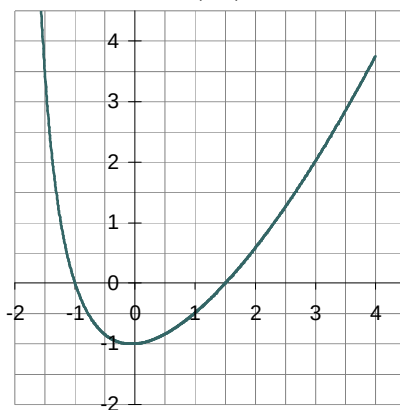
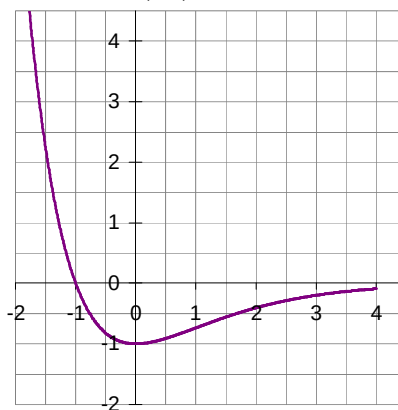
EXERCICE III : (5 points)*Les deux parties sont indépendantes.***Partie A :** Résoudre les équations suivantes :

a) $2 \ln x - 1 = 0$

b) $e^{-0,5x} = 3$

Partie B :On considère une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-2 ; 4]$.On note f' la fonction dérivée de la fonction f .La courbe C_f tracée ci-dessous, représente la fonction f dans le plan muni d'un repère.La courbe C_f passe par les points $B(0; 2)$ et $A(-1; e)$.Elle admet au point A une tangente parallèle à l'axe des abscisses.La tangente (T) au point B à la courbe C_f passe par le point $D(2; 0)$.

- En utilisant les données graphiques, donner sans justifier :
 - Le nombre de solutions sur l'intervalle $[-2 ; 4]$ de l'équation $f(x) = 1$ et un encadrement d'amplitude 0,25 des solutions éventuelles.
 - La valeur de $f'(-1)$.
 - Le tableau de signe de la dérivée f' de la fonction f sur l'intervalle $[-2 ; 4]$.
 - Le coefficient directeur de la tangente (T) .
 - Le tableau de signe de $f''(x)$ sur l'intervalle $[-2 ; 4]$.
- En justifiant, donner celle des trois courbes (C_1) , (C_2) et (C_3) qui représente la fonction dérivée f' de la fonction f .

 (C_1)  (C_2)  (C_3) 

EXERCICE IV : (5 points)

On considère un produit dont le prix unitaire, exprimé en euros, est x .

- La demande $f(x)$ est la quantité de ce produit, exprimée en centaine d'unités, que les consommateurs sont prêts à acheter au prix unitaire de x euros.

- L'offre est la quantité de ce produit, exprimée en centaine d'unités, que les producteurs sont prêts à vendre au prix unitaire de x euros.

On considère que la demande, exprimée en centaine d'unités, pour un prix unitaire de x euros est $f(x)$ où f est la fonction définie sur l'intervalle $I = [1 ; 3]$ par : $f(x) = 20e^{-0,7x}$

De même, l'offre, exprimée en centaine d'unités, pour un prix unitaire de x euros, est $g(x)$ où g est la fonction définie sur I par : $g(x) = 0,5x + 3,5$

1. a. Calculer $f'(x)$. Etudier son signe.

1. b. En déduire le sens de variation de f sur I .

1. c. Sur le graphique ci-joint, est tracée la courbe $\mathcal{C}$ représentant la fonction f .

Tracer la courbe Δ représentant la fonction g .

1. d. Déterminer graphiquement, en faisant figurer les tracés utiles, la valeur arrondie à 0,1 près, des coordonnées du point d'intersection A des deux courbes.

2. Soit h la fonction définie sur I par : $h(x) = f(x) - g(x)$.

2. a. Montrer que la fonction h est strictement décroissante sur I .

Dresser le tableau de variation de la fonction h .

2. b. Justifier que l'équation $h(x) = 0$ admet une seule solution α sur I .

Par la calculatrice, donner une valeur approchée de α à 10^{-2} près.

3. En faisant le lien entre les questions 1) et 2) et sachant que le prix d'équilibre d'un produit est le prix pour lequel l'offre et la demande sont égales, donner ce prix d'équilibre, au centime près, pour ce produit puis la quantité d'équilibre correspondante, arrondie à une unité près.



Ex 1 (6 points) : Soit la fonction f définie sur $]0,5 ; +\infty[$ par $f(x) = -x + x \ln x$

- a) Calculer $f'(x)$
- b) Étudier le signe de $f'(x)$
- c) Dresser le tableau de variations de la fonction f
- d) Calculer la valeur exacte de $f(e)$
- e) Dresser le tableau de signe de $f(x)$

Ex 2 (3 points) : 1° Exprimer en fonction de $\ln 2$: $a = \ln 32$ $b = \ln 0,25$

2° Exprimer en fonction de $\ln(2)$ et $\ln(3)$: $c = \ln\left(\frac{16}{9}\right)$

Ex 3 (5 points) : Résoudre les équations suivantes

- a) $e^x = 5$ b) $\ln x = -3$ c) $(\ln x) \times (-1 + \ln x) = 0$ d) $1 - 0,5 \ln x = 4$

Ex 4 (3 points) : Étudier le signe de $2 - \ln x$ pour $x \in]0 ; +\infty[$. On dressera le tableau de signe.

Ex 5 (3 points) : En résolvant l'inéquation, déterminer le plus petit entier n tel que $0,8^n \leq 0,5$.

DEVOIR DE MATHEMATIQUES TES Bleue et Pervenche 27/03/2013 3 H
CALCULATRICE PERSONNELLE AUTORISEE AUCUN DOCUMENT

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes à condition de l'indiquer clairement sur la copie.

La page 2 est à rendre.

EXERCICE I : (5 points)

Les parties A et B de cet exercice sont indépendantes

PARTIE A

Le tableau ci-dessous donne la récolte de bois en France en 2005 en milliers de m^3 suivant que l'on a affaire à des feuillus ou des conifères destinés au bois d'œuvre ou au bois d'industrie.

	Feuillus	Conifères	Total
Bois d'œuvre	6 076	14 803	20 879
Bois d'industrie	5 413	6 805	12 218
Total	11 489	21 608	33 097

Source : Ministère de l'Agriculture et de la Pêche - SCEES 2005

Dans cette partie, les pourcentages seront arrondis à 1%.

À l'aide du tableau ci-dessus :

1. Déterminer le pourcentage de feuillus dans la récolte totale.
2. Déterminer, parmi les conifères, le pourcentage de bois destiné à l'industrie.

PARTIE B

Chez un grossiste, les quatre catégories « feuillu - bois d'œuvre », « feuillu - bois d'industrie », « conifère - bois d'œuvre » et « conifère - bois d'industrie » sont réparties chacune dans différents lots de même volume. On sait par ailleurs que :

- 70% des lots sont du bois de conifère ;
- Parmi les lots de feuillus, 45% sont destinés à l'industrie ;

Le grossiste prélève au hasard un lot (on suppose que tous les lots ont la même chance d'être choisis).

On considère les événements :

F : « le lot est constitué de feuillus »,

C : « le lot est constitué de conifères »,

I : « le lot est destiné à l'industrie ».

1. Traduire toutes les données de l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré (on ne demande aucune explication).

La probabilité qu'un lot pris au hasard soit destiné au bois d'œuvre est de 0,585.

2. Montrer que la probabilité de l'évènement $I \cap C$ est égale à 0,28. Interpréter ce résultat.

3. Le lot pris au hasard est destiné à l'industrie. Quelle est la probabilité qu'il soit constitué de conifères ?

4. Quatre lots sont prélevés au hasard. Vue la grande quantité de lots présents chez le grossiste, on peut assimiler ce prélèvement à une succession de quatre tirages identiques et indépendants.

Déterminer la probabilité qu'il y ait au moins un lot constitué de bois d'œuvre.

EXERCICE II : (5 points)

Dans une entreprise, le résultat mensuel, exprimé en milliers d'euros, réalisé en vendant x centaines d'objets fabriqués, est modélisé par la fonction B définie et dérivable sur l'intervalle $[0,1 ; 10]$ par :

$$B(x) = 10 \times \frac{1 + \ln(x)}{x}$$

Si $B(x)$ est positif, il s'agit d'un bénéfice ; s'il est négatif, il s'agit d'une perte.

1. Coraline utilise un logiciel de calcul formel. À plusieurs reprises, elle entre une commande, et le logiciel renvoie une réponse. Elle obtient l'écran suivant :

(Commande)	$B(x) := 10 \cdot (1 + \ln(x)) / x$
(Réponse 1)	$x \rightarrow 10 \cdot \frac{1 + \ln(x)}{x}$
(Commande)	deriver (B(x),x)
(Réponse 2)	$-10 \cdot \frac{\ln(x)}{x^2}$
(Commande)	résoudre(B(x) = 0,x)
(Réponse 3)	$[\exp(-1)]$
(Commande)	résoudre(B(x) > 0,x)
(Réponse 4)	$[x > \exp(-1)]$
(Commande)	maximum(B(x), [0,1 ;10])
(Réponse 5)	10

1.a. Traduire sur le graphique donné en annexe, illustrant la courbe représentative de la fonction B , les réponses 3, 4 et 5 renvoyées par le logiciel de calcul formel.

1.b. Justifier la réponse 3 renvoyée par le logiciel de calcul formel. Interpréter cette valeur en terme de résultat mensuel pour l'entreprise.

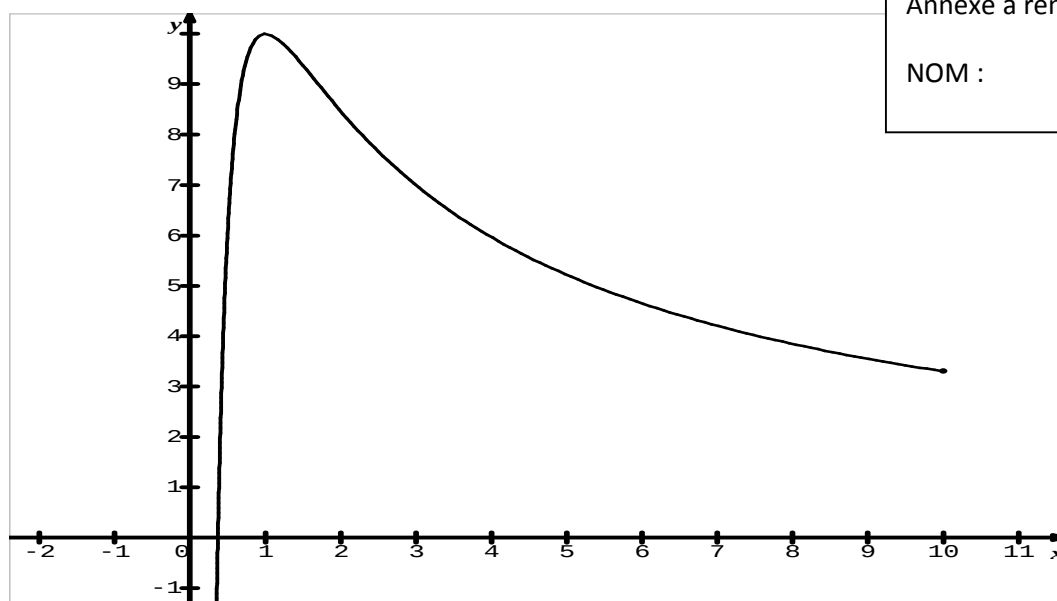
2. a. Retrouver par le calcul l'expression de $B'(x)$

2.b. Déterminer le sens de variation de la fonction B .

2.c. En déduire le nombre d'objets pour lequel le bénéfice mensuel B est maximal.

3.a. Démontrer qu'une primitive de la fonction B sur l'intervalle $[0,1 ; 10]$ est la fonction F définie sur $[0,1 ; 10]$ par $F(x) = 5 \ln x (\ln x + 2)$

3.b. Calculer $\int_{0,5}^{1,5} B(x) dx$ puis en donner une valeur approchée à 10^{-3} près.



Annexe à rendre

NOM :

EXERCICE III : (6 points)

Les parties A, B et C de cet exercice sont indépendantes

Partie A :

1° On considère la fonction f définie sur $[3 ; 700]$ par $f(x) = \frac{x}{x+5\ln x}$

On donne le tableau de variations de cette fonction.

x	3	700
$f'(x)$	+	
$f(x)$	$f(3)$	$f(700)$

a) Montrer que l'équation $f(x) = 0,5$ admet une unique solution dans $[3 ; 700]$, on la note α .

b) Déterminer la valeur approchée de α par excès à l'entier près.

2° L'organisation chargée de vendre les billets pour assister aux différentes épreuves d'un grand évènement sportif a mis en vente ces billets environ deux ans avant le début officiel des épreuves.

Une étude, portant sur la progression des ventes de ces billets, à partir du troisième jour de mise en vente, a permis de modéliser l'évolution des ventes des billets selon la fonction f étudiée dans la partie A.

La proportion des ventes effectuées par rapport à l'ensemble des billets x jours après le début de la mise en vente, est donnée par la valeur $f(x)$, arrondie au millièm, pour tout x entier de l'intervalle $[3 ; 700]$.

Ainsi la valeur approchée de $f(3)$, arrondie au millièm, est 0,353 ; cela signifie que trois jours après le début de la mise en vente des billets, 35,3% des billets étaient déjà vendus.

a) En utilisant 1°, déterminer le nombre de jours nécessaires à la vente de 50% de l'ensemble des billets.

b) On considère l'algorithme suivant (la fonction f est celle qui est définie dans 1°).

Initialisation :	Affecter à X la valeur 3. Affecter à Y la valeur $f(X)$.
Saisie :	Afficher : « Entrer un nombre P compris entre 0 et 1 ». Lire P .
Traitement :	Tant que $Y < P$ Affecter à X la valeur $X + 1$. Affecter à Y la valeur $f(X)$. Fin du Tant que
Sortie :	Afficher X .

Si l'utilisateur de cet algorithme choisit 0,9 comme valeur de P , la valeur de sortie de l'algorithme est 249. Que signifie ce résultat pour les organisateurs ?

c) Si l'utilisateur de cet algorithme choisit 0,5 comme valeur de P , quelle valeur de X apparaîtra à la sortie de l'algorithme ?

Partie B :

On considère la suite (a_n) définie par $a_0 = 7\,000$ et $a_{n+1} = 0,8a_n + 4000$, pour n entier naturel.

On considère la suite (u_n) définie, pour tout nombre entier naturel par : $u_n = 20000 - a_n$.

a) Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique, dont on précisera la raison et le premier terme.

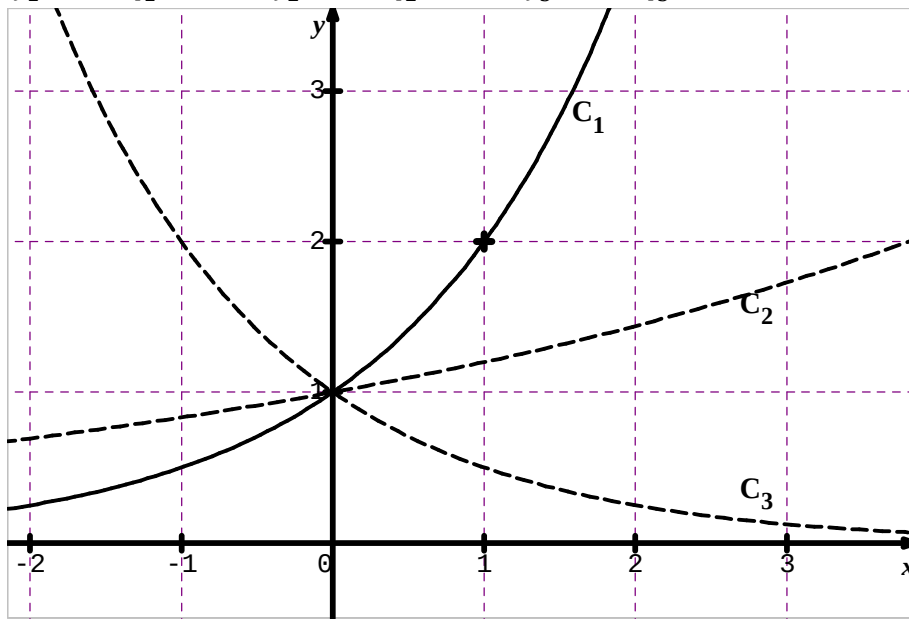
b) Soit n un nombre entier naturel ; exprimer u_n en fonction de n

c) En déduire que, pour tout nombre entier naturel n , on a : $a_n = 20000 - 13000 \times 0,8^n$.

Partie C : Aucune justification n'est demandée.

On considère trois nombres q_1, q_2, q_3 et trois fonctions f_1, f_2, f_3 définies sur $\mathbb{R}$ par :

$f_1(x) = q_1^x$, $f_2(x) = q_2^x$ et $f_3(x) = q_3^x$. Leurs courbes représentatives C_1, C_2, C_3 sont données.



- Lire q_1
- Ranger les réels q_1, q_2, q_3 dans l'ordre croissant.

EXERCICE IV : (4 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chacune des questions suivantes) une seule des quatre réponses proposées est exacte.

Une réponse exacte rapporte 1 point, une mauvaise réponse enlève 0.25 et l'absence de réponse n'ajoute ni n'enlève aucun point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie correspondante.

Aucune justification n'est demandée.

La fonction f est définie sur l'ensemble des nombres réels par $f(x) = e^x - x + 1$

On admet qu'elle est dérivable sur l'ensemble des nombres réels.

On appelle Γ la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormal.

- L'image de $\ln 2$ par la fonction f est :
 - $\frac{1}{2} + \ln 2$
 - $-1 + \ln 2$
 - $3 - \ln 2$
 - $1 - 2\ln 2$
- Le coefficient directeur de la tangente à la courbe Γ au point d'abscisse 1 est :
 - $e - 1$
 - e
 - $1 - e$
 - 0
- Une primitive sur l'ensemble des nombres réels de la fonction f est la fonction F définie sur l'ensemble des nombres réels par :
 - $F(x) = e^x - 1$
 - $F(x) = e^x - \frac{1}{2}x^2 + x$
 - $F(x) = e^{2x} - \frac{1}{2}x^2 + x$
 - $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - 1$
- L'inéquation $f(x) \leq 1$ admet sur l'ensemble des nombres réels :
 - Aucune solution
 - Une solution
 - deux solutions
 - une infinité de solutions

Exercice 1 :

Soit X une variable aléatoire suivant la loi normale centrée réduite.

1° Calculer au millième près, $P(-0,5 < X < 1,3)$ $P(X \leq -1)$ $p(X \geq 1,8)$

2° Déterminer au centième près, le réel a tel que $P(X \geq a) = 0,2$

3° Quel est, au centième près, le réel a qui vérifie $P(-a \leq X \leq a) = 0,95$?

Exercice 2 :

La production laitière annuelle en litres des vaches laitières de la race FFPN (Française frisonne pis noir) peut être modélisée par une variable aléatoire à densité X suivant la loi normale $\mathcal{N}(6000 ; 400^2)$

1. Déterminer la production laitière annuelle moyenne d'une vache de cette race.

Les résultats seront arrondis au millième le plus proche.

2. **a.** Calculer la probabilité qu'une vache quelconque de cette race produise moins de 5 800 litres de lait par an.

b. Calculer la probabilité qu'une vache quelconque de cette race produise entre 5 900 et 6 100 litres de lait par an.

3. Sachant qu'une vache produit plus de 6000 litres de lait par an, quelle est la probabilité qu'elle produise moins de 6200 litres par an ?

4. *Le résultat sera arrondi à l'entier le plus proche.*

Déterminer la production maximale de lait prévisible des 30% de vaches les moins productives du troupeau.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes à condition de l'indiquer clairement sur la copie.

EXERCICE I : (7 points)

A. Probabilités conditionnelles.

Un garagiste a acheté 70% de son stock de pneus à un premier fournisseur et 30 % à un deuxième fournisseur. Il observe que :

- 5 % des pneus provenant du premier fournisseur ont un défaut,
- 10% des pneus provenant du deuxième fournisseur ont un défaut.

On prélève au hasard un pneu dans le stock. Tous les pneus ont la même probabilité d'être prélevés. On considère les événements suivants :

F : « le pneu provient du premier fournisseur » ;

G : « le pneu provient du deuxième fournisseur » ;

D : « le pneu a un défaut ».

1. Déduire des informations figurant dans l'énoncé les probabilités $p(F)$, $p(G)$, $p_F(D)$ et $p_G(D)$
2. a. Calculer les valeurs exactes des probabilités $p(F \cap D)$ et $p(G \cap D)$
2. b. Calculer $p(D)$

B. Loi binomiale.

Le garagiste choisit dix pneus au hasard dans son stock. On suppose que le stock de pneus est suffisamment important pour assimiler ce choix de dix pneus à un tirage avec remise de dix pneus. On rappelle que la probabilité pour qu'un pneu pris au hasard ait un défaut est 0,065.

On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement de dix pneus, associe le nombre de pneus de ce prélèvement qui présentent un défaut.

1. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on déterminera les paramètres.
2. Calculer la probabilité qu'aucun pneu de ce prélèvement n'ait un défaut. Arrondir à 10^{-4}
3. Calculer la probabilité qu'au plus deux des pneus choisis présentent un défaut. Arrondir à 10^{-4} .

C. Approximation d'une loi binomiale par une loi normale.

En janvier le garagiste décide de lancer une campagne promotionnelle sur les pneus. Pour cela, il envoie un courrier à 400 personnes prélevées au hasard dans sa banque de données de clients potentiels. On assimile ce prélèvement à un tirage avec remise de 400 personnes.

La probabilité pour qu'une personne, ayant reçu le courrier, vienne changer les pneus de son automobile chez ce garagiste est égale à 0,2.

On considère la variable aléatoire Y qui, à tout prélèvement de 400 personnes (auxquelles le garagiste a envoyé un courrier) associe le nombre de personnes venues changer les pneus de son automobile chez ce garagiste.

On admet que Y suit la loi binomiale de paramètres 400 et 0,2.

On décide d'approcher la loi de la variable aléatoire Y par la loi normale de paramètres $\mu = 80$ et $\sigma = 8$.

On note Z une variable aléatoire suivant la loi normale de paramètres 80 et 8.

Les réponses seront arrondies à 10^{-4}

1. Justifier les valeurs de μ et σ .
2. Calculer $P(72 \leq Z \leq 88)$.
3. Calculer la probabilité que cette campagne promotionnelle ait amené au moins 100 clients.

EXERCICE II : (3 points)

Pour limiter la hausse des températures moyennes de la planète, une diminution des émissions de gaz à effet de serre s'avère nécessaire. Dans ce but, le gouvernement français s'est donnée comme objectif de diviser par quatre les émissions de gaz à effet de serre en France de 2006 à 2050.

En 2006, les émissions de gaz à effet de serre en France s'élevaient à 547 millions de tonnes d'équivalent CO_2 (dioxyde de carbone) (Source : CITEPA)

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A : Etude d'un premier modèle

Dans cette partie, on suppose que les émissions de gaz à effet de serre en France baisseront chaque année de 9,3 millions de tonnes à partir de l'année 2006.

Soit n un entier naturel. On note u_n les émissions de gaz à effet de serre en France au cours de l'année $2006 + n$, en millions de tonnes d'équivalent CO_2 . Ainsi, $u_0 = 547$

1. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Préciser sa raison.
2. Exprimer u_n en fonction de n .
3. Déterminer, selon ce modèle, à partir de quelle année les émissions de gaz à effet de serre en France deviendront inférieures à cent millions de tonnes si la tendance se poursuit au-delà de 2050.

Partie B : Etude d'un second modèle

Dans cette question, on suppose que le taux d'évolution annuel sera constant et que les émissions de gaz à effet de serre en France diminueront de 3,1% par an à partir de l'année 2006.

Soit n un entier naturel. On note v_n les émissions de gaz à effet de serre en France au cours de l'année $2006 + n$, en millions de tonnes d'équivalent CO_2 . Ainsi, $v_0 = 547$

On admettra que, pour tout entier naturel n , $v_n = v_0 \times (0,969)^n$

Déterminer, selon ce modèle, à partir de quelle année les émissions de gaz à effet de serre deviendront inférieures à cent millions de tonnes.

EXERCICE III : (3 points)

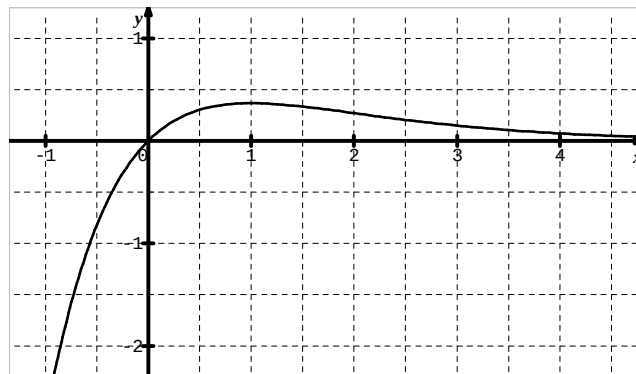
L'exercice suivant est un Q. C. M. (questionnaire à choix multiples). Pour chaque proposition choisir l'unique bonne réponse sachant qu'une bonne réponse rapporte 0,75 point et qu'une réponse fausse enlève 0,5 point. L'absence de réponse n'est pas pénalisée. **Aucune justification n'est demandée.**

Sur votre copie, recopier le n° de la question et la réponse choisie.

On considère la fonction f définie sur $[-1 ; 4]$ par $f(x) = xe^{-x}$.

On donne des informations obtenues à l'aide d'un logiciel de calcul formel et la courbe représentative de f

F1+ Tools	F2+ Algebra	F3+ Calc	F4+ Other	F5 Pr3mid	F6+ Clean Up	
■ $\frac{d}{dx}(x \cdot e^{-x})$ $(1-x) \cdot e^{-x}$						
■ $\frac{d}{dx}((1-x) \cdot e^{-x})$ $(x-2) \cdot e^{-x}$						
MAIN RAD AUTO FUNC 2/30						



1. La tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 0 a pour équation :
 - a. $y = x$
 - b. $y = 2x$
 - c. $y = -x$
2. Une primitive F de f est définie sur $[-1 ; 4]$ par :
 - a. $F(x) = \frac{1}{2}x^2e^{-x}$
 - b. $F(x) = -(1+x)e^{-x}$
 - c. $F(x) = -xe^{-x}$
3. La valeur de $\int_0^2 f(x)dx$ est :
 - a. négative
 - b. inférieure à 1
 - c. supérieure à 3
4.
 - a. la fonction f est convexe sur $[-1 ; 4]$
 - b. la fonction f est concave sur $[-1 ; 4]$
 - c. la courbe C_f admet un point d'inflexion sur $[-1 ; 4]$

EXERCICE IV : (7 points)

Partie A :

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[1 ; 6]$ par $f(x) = ax + b - \frac{16}{x}$ où a et b sont des nombres réels.

On admet que f est dérivable sur l'intervalle $[1 ; 6]$ et on note f' la fonction dérivée de f sur cet intervalle.

La courbe représentative de f , donnée en annexe, coupe l'axe des abscisses aux points d'abscisses 1 et 4 et admet une tangente horizontale au point A de coordonnées (2 ; 4).

1. a. Déterminer graphiquement les valeurs de $f(1)$, $f(2)$, $f(4)$ et $f'(2)$

1. b. En utilisant deux des quatre résultats de la question 1. a., déterminer les valeurs des réels a et b .

2. On admet que la fonction f est définie sur $[1 ; 6]$ par $f(x) = -4x + 20 - \frac{16}{x}$.

2. a. Calculer $f'(x)$ puis étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $[1 ; 6]$

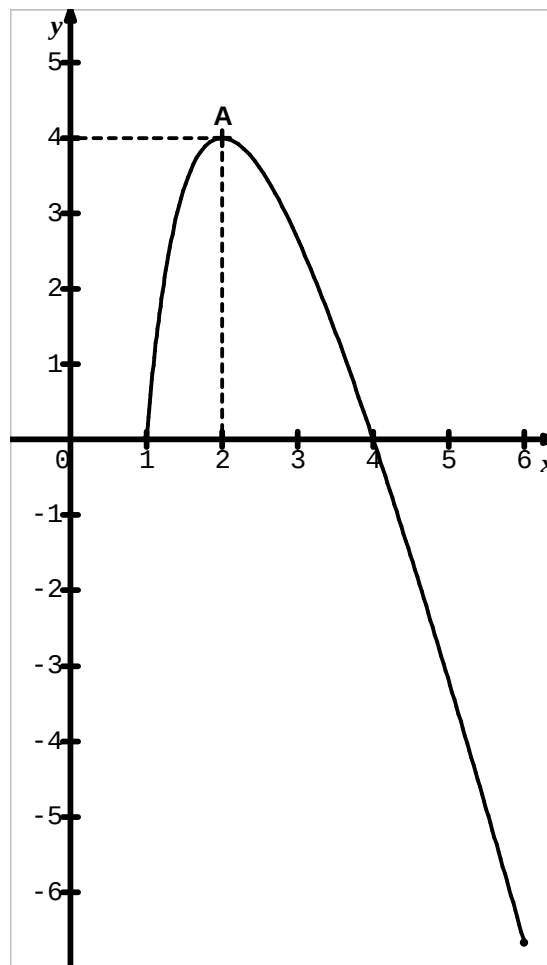
2. b. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[1 ; 6]$ en précisant uniquement les valeurs de $f(1)$, $f(2)$ et $f(4)$.

2. c. En déduire le signe de $f(x)$ sur l'intervalle $[1 ; 6]$

3. On considère la fonction F définie sur l'intervalle $[1 ; 6]$ par $F(x) = -2x^2 + 20x - 18 - 16\ln x$.

3. a. Montrer que F est la primitive de la fonction f sur $[1 ; 6]$ telle que $F(1) = 0$

3. b. En utilisant les résultats des questions précédentes, dresser le tableau de variations de la fonction F sur l'intervalle $[1 ; 6]$, les valeurs seront arrondies au millièmes.



Partie B :

Une entreprise fabrique des pièces pour assemblage de moteurs qu'elle conditionne par centaines. Sa fabrication journalière varie entre 100 et 600 pièces. L'objectif est d'étudier le bénéfice quotidien réalisé par cette entreprise.

Une étude a montré que le bénéfice marginal quotidien de cette entreprise est modélisé par la fonction f définie dans la partie A, appelée fonction « bénéfice marginal ». Pour x compris entre 1 et 6, x est exprimé en centaines de pièces fabriquées et vendues quotidiennement et $f(x)$ est exprimé en milliers d'euros.

En économie, la fonction « bénéfice marginal » est considérée comme la dérivée d'une fonction appelée fonction «bénéfice ».

On sait de plus que le bénéfice de l'entreprise est nul pour la fabrication et la vente quotidienne de 100 pièces.

Dans ces questions toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

1. Déterminer la quantité de pièces à fabriquer et à vendre quotidiennement pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximal. En déduire le bénéfice maximal (on donnera ce bénéfice maximal arrondi à l'unité d'euro).

2. Déterminer la quantité de pièces à fabriquer et à vendre quotidiennement pour que l'entreprise réalise un bénéfice supérieur à 3 000 € (on donnera le résultat arrondi à l'unité).